Cours de Mécanique des Fluides

2ème année

Frédéric Murzyn (Cours et TP) – Gaëlle Pénelon (TD)

Responsable Pédagogique 3A Laval
Email : frederic.murzyn@estaca.fr
Tel : 02.43.59.47.15

•1

Modalités : Cours, TD, TP et évaluations

12 séances de cours	⇨	18 heures
12 séances de TD	⇨	18 heures
1 TP	⇨	4 heures
2 examens	⇨	1010 et 0111
1 note de TP	⇨	Notation en direct

•2/

Table des Matières

Programme prévisionnel d'avancement

Séance 01 : Chapitre 1	Cinématique des fluides	Définitions, continuité
Séance 02 : Chapitre 1		Fonction de courant Fonction « potentiel » et « potentiels complexe »
Séance 03 : Chapitre 1		Exemples d'application (1/2)
Séance 04 : Chapitre 1		Exemples d'application (2/2)
Séance 05 : Chapitre 2	Équations fondamentales de la mécanique des fluides	Théorème des quantités de mouvement (1/2)
Séance 06 : Chapitre 2		Théorème des quantités de mouvement (2/2)
Séance 07 : Chapitre 2		Méthodes de résolution et exemples d'application
Séance 08 : Chapitre 2		Théorème de Bernoulli généralisé (Cotton-Fortier)
Séance 09 : Chapitre 3	Écoulement permanent de fluides réels dans les conduites	Position du problème, définition Écoulement permanent dans une conduite
Séance 10 : Chapitre 3		Pertes de charges régulières dans les conduites cylindriques longues
Séance 11 : Chapitre 3		Pertes de charges singulières
Séance 12 : Documentation	Vidéos	Film et discussion

Pourquoi de cours ?

❶ Objectifs ?

- Approfondir et développer le cours de 1A ;
- Établir les équations générales de la mécanique des fluides ;
- Développer des méthodes d'analyses et de modélisation des écoulements complexes ;
- Aborder les différents types de modélisation ;
- Poser des bases pour la 3A
- Se faire plaisir…

❷ Pré-requis

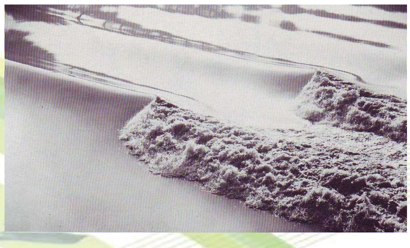
- Cours de 1A ;
- Éléments d'analyse vectorielle
- Équations aux dimensions et grandeurs SI

•5/

Références bibliographiques

•6/

La Mécanique des fluides : c'est quoi et ça sert à quoi ?


→ Comprendre la dynamique d'un écoulement quelconque (aérodynamique, hydrodynamique) ;
→ Analyser le problème ;
→ Mettre en équation et identifier les paramètres « clé » ;
→ Modéliser le système (numérique, physique, analytique) ;
→ Décrire l'évolution des variables fondamentales (vitesses, pressions ,températures…) ;
→ Améliorer les comportements des véhicules (consommation, efforts, résistance,…) ;
→ …

1. **Cinématique des Fluides**
   - ⊗ **Définitions et généralités**
   - ⊗ **Continuité**
   - ⊗ **Fonction de courant**
   - ⊗ **Fonction « potentiel »**
   - ⊗ **Fonction « potentiel complexe »**
   - ⊗ **Exemples d'application**
2. Équations fondamentales de la Mécanique des Fluides
   - ⊗ Théorème des quantités de mouvement (THQM)
   - ⊗ Méthodes de résolution
   - ⊗ Exemples d'application
   - ⊗ Théorème de Bernoulli généralisé (Cotton-Fortier)
3. Écoulement permanent de fluides réels dans les conduites
   - ⊗ Position du problème et définition
   - ⊗ Écoulement permanent dans une conduite
   - ⊗ Pertes de charges régulières dans les conduites cylindriques longues
   - ⊗ Pertes de charges singulières
4. Références bibliographiques et Internet

Chapitre 1 : Cinématique des fluides

1. Définitions et généralités

Cinématique :
Étude du mouvement des particules sans prendre en compte les forces qui entrent en jeu

2 types de variables : EULER et LAGRANGE

EULER : Point d'observation fixe et on regarde ce qui se passe en fonction du temps

LAGRANGE : On suit la particule dans son mouvement

EULER : Soit M(x,y,z). On étudiera les variations de la grandeur G en fonction du temps au point M

G peut être une vitesse, une pression, une température, une concentration, une accélération…

Ce point de vue eulérien :

- Est plus pratique pour l'expérimentateur ;
- Permet des mesures ponctuelles (LDV…) ;
- est plus adapté pour la description cinématique !

LAGRANGE : Soit A(a,b,c) les coordonnées d'une particule à t_0 dans le repère (O,x,y,z).
Les coordonnées (a,b,c,t) sont appelées VARIABLES DE LAGRANGE

M(x,y,z,t) : position de la particule à t. Le mouvement du fluide est connu si on a :

$$x=f_1(a,b,c,t)$$
$$y=f_2(a,b,c,t)$$
$$z=f_3(a,b,c,t)$$

Lignes de courant : courbe tangente en chacun de ses points au vecteur vitesse (<u>différentes particules, temps fixe</u>)

Conséquence :

$$\vec{V} \wedge \vec{dl} = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Équation des lignes de courant en coordonnées cartésiennes :

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$$

•13/

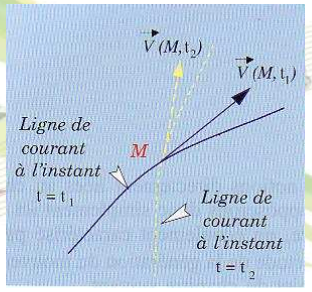
Autres expressions de l'équation des lignes de courant :

1. En coordonnées cylindriques : $$\frac{dr}{u_r} = \frac{rd\theta}{u_\theta} = \frac{dz}{u_z}$$

2. En coordonnées sphériques : $$\frac{dr}{u_r} = \frac{rd\theta}{u_\theta} = \frac{r \sin\theta d\varphi}{u_\varphi}$$

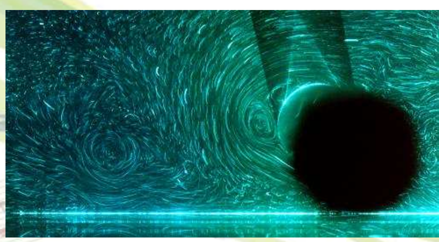
•14/

La vitesse en M change au cours du temps : les lignes de courant changent aussi



•15/

Trajectoire : ensemble des positions occupées par une particule au cours du temps (<u>une particule, temps variable</u>)



Applications :

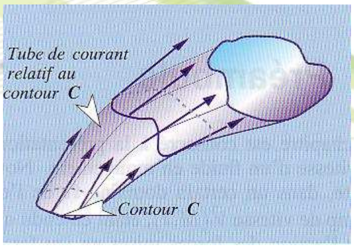
- ✓ Trajectographie ;
- ✓ Localisation de régions particulières d'un écoulement…

•16/

Tube de courant : constitué d'un ensemble de ligne de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé

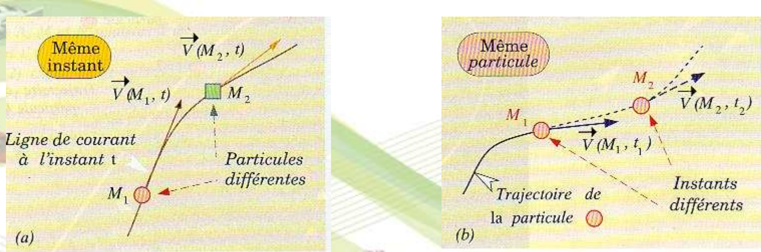
Si section infiniment petite : filet de courant

Très important pour les équations de conservation (cf suite)



•17/

Ne pas confondre ligne de courant et trajectoire !!!!



Cas particulier : écoulement permanent

•18/

- Écoulement permanent :

↳ Le champ de vitesse ne dépend pas du temps ;
↳ La pression ne dépend pas du temps ;
↳ La masse volumique ne dépend pas du temps
↳ u, v et w ne dépendent que de x, y et z ;
↳ Les lignes de courant sont des courbes fixes confondues avec les trajectoires (et indépendantes du temps)

Très important pour la simplification des équations

- Écoulement permanent en moyenne :

↳ Les grandeurs « vitesse », « pression » et « masse volumique » sont constantes en moyenne, c'est-à-dire :

$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} u\,dt \qquad \bar{v} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} v\,dt \qquad \bar{w} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} w\,dt$$

et

$$\bar{p} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} p\,dt \qquad \bar{\rho} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \rho\,dt$$

indépendantes de t (instant initial)

Pour la suite, on considèrera toujours :

1. Écoulement permanent ⇨ $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

2. Fluide parfait ⇨ $\upsilon = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\eta}{\rho} = 0$

2. Continuité

- Équation de continuité

Traduit le principe de conservation de la masse

« Pendant un intervalle de temps donné, l'augmentation de la masse de fluide contenu dans un volume donné doit être égale à la somme des masses qui y rentrent diminuée de celles qui en sortent ».

- Mathématiquement :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\left(\rho \vec{V}\right) = \sum \rho q_v$$

- En écoulement permanent :

$$\mathrm{div}\left(\rho \vec{V}\right) = \sum \rho q_v$$

- En écoulement incompressible :

$$\mathrm{div}\left(\vec{V}\right) = 0$$

•23/

- Cas d'un mouvement conservatif : ni apparition, ni disparition de fluide au cours du mouvement

$$\sum \rho q_v = 0$$

Et donc :

$$\mathrm{div}\left(\vec{V}\right) = 0$$

•24/